

Продифференцировав последнее выражение по времени и сократив на $\dot{\varphi}$, получим уравнение движения системы:

$$J\varphi'' + (Mg Rr/z_0) \varphi = E \quad (5)$$

Нетрудно убедиться непосредственной подстановкой, что решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\sqrt{Mg Rr/J z_0} t + \Theta) \quad (6)$$

где амплитуда φ_0 и фаза Θ определяются начальными условиями. Период колебаний системы T , следовательно, равен

$$T = 2\pi \sqrt{J z_0 / Mg Rr} \quad (7)$$

Разрешив (7) относительно J , найдем выражение для момента инерции:

$$J = Mg Rr T^2 / (4\pi^2 z_0) \quad (8)$$

Учитывая, что параметры прибора (R, r, z_0) во время опыта не меняются, формулу (8) удобно записать в виде

$$J = kMT^2, \text{ где } k = g Rr / (4\pi^2 z_0); \quad (9)$$

k для данного прибора постоянно. Формула (9) позволяет вычислить момент инерции платформы с телом и без него по измеренной величине периода T .

Как следует из вывода, формула (8) справедлива при отсутствии потерь энергии на трение. Учет таких потерь весьма затруднителен. Однако поправки оказываются небольшими, если потери энергии за период малы по сравнению с энергией колебаний системы. Таким образом, формула (8), а вместе с ней и (9), справедливы, если

$$\tau \gg T \quad (10)$$

где τ — время, в течение которого амплитуда колебаний платформы существенно уменьшается (в 2—3 раза).

В данной работе значения T рекомендуется измерять с точностью не хуже чем 0,5%. Этим условием определяется время и полное число колебаний платформы, которое необходимо отсчитать в процессе измерений.

Для уменьшения ошибки секундомер лучше всего включать и выключать в момент прохождения маятника через положение равновесия.

ЗАДАНИЕ

1. Не нагружая нижней платформы, проверьте, пригодна ли установка для измерений, т. е. нормально ли функционирует устройство для возбуждения крутильных колебаний, не возникают ли при этом паразитные маятникообразные движения платформы и т. д.

2. Возбудив в системе крутильные колебания, проверьте, достаточно ли хорошо выполняется неравенство (10). Добиваться большой точности при выполнении этого упражнения не имеет смысла. Это измерение рекомендуется выполнять при ненагруженной платформе. Почему?

3. Как видно из формулы (7), период колебаний платформы T не должен зависеть от амплитуды φ_0 . Это справедливо, конечно, только для достаточно малых значений φ_0 , поэтому необходимо установить рабочий