

Институт Естественных Наук и Экологии  
Физико-Математический Колледж

"УТВЕРЖДАЮ"  
Ректор ИНЕСНЭК

----- С.Т.Беляев

"-----"----- 1999 г.

## ПРОГРАММА

по курсу

## ТЕОРИЯ ПОЛЯ

для студентов 2 курса (I I семестр )

Лекции 32 часа

Практические (семинарские) занятия 32 часа

ВСЕГО ЧАСОВ 64

Самостоятельная работа 2 часа в неделю

Программу составил: д.ф.м.н. Зейн Николай Евгеньевич

## ГРАФИК СДАЧИ ЗАДАНИЙ.

I задание - 1.03

II задание - 12.11

III задание - 17.12

## ТЕОРИЯ ПОЛЯ

1. Принцип относительности и преобразования Лоренца. Постоянство скорости света, относительность одновременности, изменение длин и промежутков времени. Сложение скоростей. Аберрация и эффект Доплера. ([1]§1-6, [8]§1-6,24,25,[2] т 2, гл 15-17)
2. Описание движения материальной точки. Лагранжиан, гамильтониан и действие для точечной частицы. Энергия и импульс точечной частицы. Законы сохранения как следствия однородности пространства-времени.  $4^x$  - векторы скорости и ускорения. ([1]§8-9,7, [8]§37,39, [2] т 6, гл 19)
3. Уравнения движения частицы во внешнем электромагнитном поле. Лагранжиан и гамильтониан частицы во внешнем электромагнитном поле. Тензор электромагнитного поля, преобразование  $E$  и  $H$  при переходе из одной системы в другую. ([1]§15-18,23,24)
4. Первая пара уравнений Максвелла. Инварианты поля. Функционал действия для электромагнитного поля. ([1]§25-27)
5. Ток и его сохранение. Вторая пара уравнений Максвелла как следствие вариационного принципа. ([1]§28-30)
6. Плотность и поток энергии электромагнитного поля. Тензор энергии-импульса электромагнитного поля и пылевидной материи. ([1]§31-33, [3]гл 2 §8)
7. Калибровочная инвариантность уравнений Максвелла. Вид уравнений для  $4^x$  - потенциалов в кулоновской калибровке и калибровке Лоренца. ([1]§18,62)
8. Поле системы неподвижных зарядов. Уравнение Пуассона и его решение. Мультипольное разложение. Поле стационарной системы токов. Магнитный момент. ([1]§36-38, 40-44)
9. Функция Грина волнового уравнения. Запаздывающий и опережающий потенциалы. ([6] )
10. Интенсивность излучения в дипольном приближении. Поля  $E$  и  $H$  в волновой зоне диполя. Угловое и спектральное распределение дипольного излучения. ([1]§62,66,67,72)

11. Потенциалы Лиенара-Вихерта. Интенсивность излучения магнитного диполя и квадруполья. ([1]§63,71,[6],[2] т 6, гл 21 §5)
12. Синхротронное излучение. Интенсивность излучения, оценки углового и спектрального распределений. Оценка длины формирования. Излучение ондулятора. ([2] т 3, гл. 34 §3, [1]§73,74, [7] гл 4,5)
13. Сила радиационного трения. Естественная ширина спектральной линии. Границы применимости классической электродинамики. ([1]§75,[6],[7] гл. 3)
14. Постановка задачи о рассеянии. Дифференциальное сечение рассеяния. Рассеяние света на свободном электроде. Когерентное и некогерентное рассеяние э.- м. волн на атоме. ([1]§78-80)
15. Принцип эквивалентности. Криволинейные координаты и метрический тензор в римановом пространстве. Аффинная связность. ([3] гл. 3 §1-4)
16. Связь между метрическим тензором и связностью. Геометрический смысл операции параллельного переноса. Ковариантное дифференцирование. Кривизна как мера удаления геодезических друг от друга. ([3] гл. 3 §3, гл 6 §10, [5] гл 2 §12, [4] т 1, гл. 11 §1,2)
17. Уравнения поля Эйнштейна. Получение уравнений поля из вариационного принципа. Ньютоновский предел. ([3] гл. 2 §8, [1] §94,95, 99)
18. Центральное-симметричное гравитационное поле. Стандартная (шварцшильдская) метрика. Решение Шварцшильда. Гравитационное красное смещение спектральных линий. ([3] гл. 2 §8, [1] §94,95, 99)
19. Движение в центральное-симметричном поле. Отклонение лучей света Солнцем. Радиальное движение: время падения по часам внешнего наблюдателя и собственным часам. Гравитационный коллапс и образование "черных дыр". ([3] гл. 8 §2, [1] §100, 101, 102, [4] гл. 25 §4,5 )
20. Метрика однородного и изотропного мира. Решения уравнений Эйнштейна для Вселенной. Открытая и замкнутая Вселенная. Красное смещение и разбегание галактик. Постоянная Хаббла, "лестница космических расстояний". ([3] гл. 15 §1,3, [1] §111-114)

21. Модель горячей Вселенной. Гипотеза большого взрыва. Реликтовое излучение и его температура. ([3] гл. 15 §5)

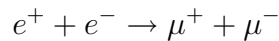
## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц Теоретическая физика. т. 2. Теория поля. М.: Наука, 1988
- [2] Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1967.
- [3] Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975
- [4] К. Мизнер , К. Торн, Д. А. Уилер Гравитация М.: Мир, 1984,1996
- [5] Г. Вейль. Пространство, время, материя. Москва, "Янус", 1996  
Дополнительная литература
- [6] Дж. Джексон Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965
- [7] Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика М.: Наука, 1987
- [8] Паули В. Теория относительности М.: Наука, 1983

## ЗАДАНИЕ 1

1. Определить относительную скорость сталкивающихся протонов в ускорителе со встречными пучками, если энергия протонов в каждом пучке ГэВ. Какова должна быть энергия налетающих протонов, чтобы столкновение с покоящимся протоном происходило с той же относительной скоростью?
2. Быстрые колебания блеска квазара указывают на существование выбросов сгустков релятивистских частиц, движущихся со скоростью  $v$  от его ядра. Найти видимую скорость движения сгустков в направлении перпендикулярном наблюдателю, если угол между направлением выброса и наблюдателем равен  $\theta$ .
3. Фотон с энергией  $\varepsilon$  сталкивается с покоящимся электроном массы  $m$ . Определить энергию фотона после столкновения, если он рассеялся на угол  $\theta$ . Определить энергию и направление движения электрона.
4. В ускорителе на встречных пучках идет реакция



Зная энергию каждого из пучков  $e^+$  и  $e^-$ , найти энергию и импульсы  $\mu^+$  и  $\mu^-$ . Каков энергетический порог этой реакции? Сравнить с порогом в случае, когда ускоренные позитроны падают на неподвижные электроны.

5. Для нейтрино, образующихся при распаде  $\pi$  - мезонов с энергией 6 ГэВ ( масса  $\pi$  - мезона  $\approx 140$  МэВ, масса  $\mu$  - мезона  $\approx 105$  МэВ), определить энергетический спектр, их максимальную и среднюю энергии и угловое распределение, если известно, что в системе покоя  $\pi$  - мезона распад  $\pi \rightarrow \mu + \nu$  происходит изотропно.
6. Плоское зеркало движется со скоростью  $v$  в направлении своей нормали. На зеркало падает монохроматическая волна под углом  $\theta$  к нормали. Определить направление и частоту отраженной волны, считая, что для покоящегося зеркала справедлив обычный закон отражения.
7. Найти движение релятивистской частицы массы  $m$  и заряда  $e$  в перпендикулярных электрическом и магнитных полях  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

8. Релятивистский электрон влетает в резонатор, в котором статическое магнитное поле синусоидально меняется вдоль оси  $z$ :  $\vec{H} = \{H_0 \cos(k_0 z), H_0 \sin(k_0 z), 0\}$ . В начальный момент скорость электрона  $\vec{v} = \{eH_0 c / Ek_0, 0, v_0\}$ , где  $E$  - энергия электрона. Найти траекторию движения электрона. Найти поле в системе координат, движущейся со скоростью  $v_0$  вдоль оси  $z$ . Какое переменное электрическое поле в лабораторной системе координат приводит к такому же движению электрона?

### ЗАДАНИЕ 2

9. Определить электрическое и магнитное поле гармонически колеблющегося диполя на расстояниях, много больших размеров диполя ( но необязательно больших длины волны).
10. Гармонически колеблющийся диполь помещен на высоте  $L$  над идеально проводящей металлической плоскостью. В пределе  $L \ll \lambda$  и  $L \gg \lambda$  найти интенсивность излучения диполя в зависимости от угла наблюдения и угла между диполем и нормалью к плоскости.
11. Два заряда  $(e_1, m_1; e_2, m_2)$ , благодаря кулоновским силам обращаются один вокруг другого по круговой орбите радиуса  $R$ . Определить энергию, теряемую на излучение за один оборот. Найти зависимость расстояния между зарядами от времени. Определить время, за которое один заряд упадет на другой.
12. Два одноименных заряда  $(e_1, m_1; e_2, m_2)$ , испытывают лобовое столкновение. Определить излученную энергию, если задана относительная скорость на бесконечности  $v_\infty \ll c$ . Рассмотреть случай  $e_1/m_1 = e_2/m_2$  ( квадрупольное излучение ).
13. Найти энергию излучения релятивистского электрона в однородном магнитном поле за один оборот. Найти полную мощность ( в мегаваттах ) синхротронного излучения в ускорителе на встречных пучках электронов и позитронов с энергией 100 Гэв соответственно. Длина окружности ускорителя 30 км, число ускоряемых частиц в кольце -  $5 \cdot 10^{12}$ . Оценить характерную длину волны излучения.
14. Пучок релятивистских электронов пролетает через плоский конденсатор, к которому приложено переменное электрическое поле с частотой  $\omega_0$ . Найти частоту излучения электронов в зависимости от угла  $\theta$  между наблюдателем и направлением движения пучка.

15. Сравнить энергию, излучаемую релятивистским электроном ( $v \sim c$  при движении с ускорением  $w$ , направленным вдоль скорости (линейный ускоритель) и перпендикулярно к ней (синхротронный ускоритель)
16. Найти дифференциальное и полное сечения рассеяния естественного света ( а также поляризованного ) с частотой  $\omega$  осциллятором с затуханием.
17. Найти дифференциальное и полное сечения рассеяния линейно поляризованного света на идеально проводящей металлической сфере радиуса  $R$  в пределе  $R \ll \lambda$ .
18. Найти дифференциальное сечение рассеяния э.-м. волн большой частоты на атоме.

### ЗАДАНИЕ 3

19. Найти метрический тензор сферы в стереографической проекции.
20. В точке  $\theta = \theta_0, \phi = 0$  на поверхности 2-сферы  $ds^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$  вектор  $\mathbf{A}$  равен  $\mathbf{e}_\theta$ . Во что перейдет вектор  $\mathbf{A}$  после параллельного переноса вдоль окружности  $\theta = \theta_0$ ? Чему равна величина вектора  $\mathbf{A}$ ?
21. Найти коэффициенты связности и кривизну 2-мерной и 3-мерной сфер.
22. Найти символы Кристоффеля и компоненты тензора кривизны Римана в 2-мерном пространстве - времени  $ds^2 = dv^2 - v^2 du^2$ .
23. Частица падает по радиусу в центр в сферически симметричном поле. Чему равна ее направленная к центру координатная скорость  $(dr/dt)$ , измеряемая по собственному времени на бесконечности, при некотором значении радиуса  $r$ ? Чему равна локально измеряемая скорость по отношению к неподвижному наблюдателю в точке с тем же значением радиуса?
24. Радиокомментатор ведет репортаж о своем падении по радиусу в шварцшильдовскую черную дыру. Перед самым пересечением шварцшильдовского радиуса его частота вещания начинает испытывать сильнейшее красное смещение  $\exp(-t/\Delta t)$ , где  $t$  определяется по собственному времени на бесконечности. Зная  $\Delta t$ , определить массу черной дыры.

25. Найти угол отклонения луча света Солнцем.
26. Найти величину гравитационного красного смещения света, испускаемого звездой массы  $M$ .
27. Найти кривизну и уравнения Эйнштейна для замкнутого Фридмановского мира при помощи метода геодезического лагранжиана.
28. Найти решение Фридмановских уравнений в случае когда преобладающий вклад в плотность  $\rho$  дает а) вещество, б) излучение.
29. Найти кривизну пространства времени для для плоской гравитационной волны.