

Дополнительное задание (10 класс)

АЛГЕБРА

1. Решить уравнение: $\sqrt[3]{4-4x+x^2} + \sqrt[3]{49+14x+x^2} = 3 + \sqrt[3]{14-5x-x^2}$.
2. Решить неравенство $\frac{\sqrt{3} + \cos x}{2 \sin^3 x - \cos x \cdot \sin 2x} > \frac{3}{2 \sin 4x}$.
3. При каких действительных значениях параметра a хотя бы одно комплексное число $z = x + iy$, удовлетворяющее равенству $|z + \sqrt{2}| = a^2 - 3a + 2$, удовлетворяет одновременно и неравенству $|z + i\sqrt{2}| \leq a^2$?
4. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \sin(y - 3x) = 2 \sin^3 x, \\ \cos(y - 3x) = 2 \cos^3 x \end{cases}$$
5. Найдите коэффициенты a и b , при которых многочлен $ax^4 + bx^3 + 1$ делится нацело на $(x-1)^2$.
6. При каком условии на параметры a , b и c система будет совместной (иметь хотя бы одно решение):
$$\begin{cases} x + ay = b + c, \\ x + by = c + a, \\ x + cy = a + b. \end{cases}$$

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Решить в целых числах систему уравнений:
$$\begin{cases} x + zy^2 = 31, \\ z + xy^2 = 34 \end{cases}$$
2. Найдите формулу общего члена последовательностей, заданных условиями: а) $a_1 = a_2 = 2$, $a_n = a_{n-1}a_{n-2}^2$, б) $a_1 = 0$, $a_2 = 2$, $a_n = 4 \cdot (a_{n-1} - a_{n-2})$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(xe^x) - \cos(xe^{-x})}{x^3}$.
4. Прямой угол перемещается так, что его стороны всё время касаются эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Найти геометрическое место точек вершин угла.
5. Вычислить $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2009}{2010!}$.
6. Из пункта А, находящегося в лесу в 5 км от прямолинейной дороги, пешеходу нужно попасть в пункт В, расположенный на этой дороге в 13 км от пункта А. По дороге пешеход может двигаться с максимальной скоростью 5 км/час, а по лесу – с максимальной скоростью 3 км/час. За какое минимальное время пешеход сможет добраться из пункта А в пункт В?